Ergänzungen zur Binomialverteilung

Beachtet die unterschiedlichen Schreibweisen und deren Bedeutungen:

Bsp.: Wir betrachten die Binomialverteilung $\mathcal{B}_{100;0,5}$ mit $n = 100$ und $p = 0,6$.
Dann gib es verschiedene Wahrscheinlichkeiten:

(a)
$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

mit z. B. $k = 45$:
$$P(X = 45) = \binom{100}{45} \cdot 0,6^{45} \cdot 0,4^{55} = 0,0008$$

→ Berechnung mit dem CAS: BINOMIALPDF(45,100,0.6) oder BINOMIALCDF(45,45,100,0.6)

(b)
$$P(X \le k) = P(X = 0) + P(X = 1) + \cdots + P(X = k)$$

mit z. B. $k = 45$:
$$P(X \le 45) = P(X = 0) + P(X = 1) + \cdots + P(X = 45) = 0,0017$$

→ Berechnung mit dem CAS: BINOMIALCDF(0,45,100,0.6)

(c)
$$P(X \ge k) = P(X = k) + P(X = k+1) + \cdots + P(X = n)$$

mit z. B. $k = 45$
$$P(X \ge 45) = P(X = 45) + P(X = 46) + \cdots + P(X = 100) = 0,9991$$

→ Berechnung mit dem CAS: BINOMIALCDF(45,100,100,0.6)

(d)
$$P(k_1 \le X \le k_2) = P(X = k_1) + P(X = k_1 + 1) + \ldots P(X = k_2 - 1) + P(X = k_2)$$

mit z. B. $k_1 = 30$ und $k_2 = 60$
$$P(30 \le X \le 60) = P(X = 30) + P(X = 31) + \ldots P(X = 59) + P(X = 60) = 0,5379$$

→ Berechnung mit dem CAS: BINOMIALCDF(30,60,100,0.7)

Beachte: Alle Wahrscheinlichkeiten der Binomialverteilung addieren sich zu 1 auf. Berechnen wir die Summe der Wahrscheinlichkeiten $P(0 \le X \le n)$, so haben wir alle damit alle Ergebnisse erfasst, betrachten also das *sichere Ereignis*, was ja wiederum die Wahrscheinlichkeit 1 besitzt. Deshalb gelten auch die folgenden Regeln:

- $$P(X \le k) = 1 - P(X > k) = 1 - P(X \ge k+1)$$
  z. B.
  $$P(X \le 45) = 1 - P(X > 45) = 1 - P(X \ge 46)$$
- $$P(X < k) = 1 - P(X \ge k)$$
  z. B.
  $$P(X < 37) = 1 - P(X \ge 37)$$
- $$P(X \ge k) = 1 - P(X < k) = 1 - P(X \le k-1)$$
  z. B.
  $$P(X \ge 63) = 1 - P(X < 63) = 1 - P(X \le 62)$$
- $$P(X > k) = 1 - P(X \le k)$$
  z. B.
  $$P(X > 87) = 1 - P(X \le 87)$$